

## ПРИМЕНА МЕТОДЕ ДЕЉЕНОГ ВИШЕЦИЉНОГ РИЗИКА ПРИ ЕКСТРЕМНИМ ДОГАЂАЈИМА

Александар Шотић<sup>1</sup>  
Драгутић Павловић<sup>2</sup>  
Марко Иветић<sup>3</sup>

УДК: 351.78:627.51

DOI:10.14415/konferencijaGFS 2015.065

**Резиме:** Хидротехнички објекти и системи се готово увек осмишљавају, пројектују, изводе, користе и одржавају под неизбежним условима ризика и неизвесности, уз очекивање да остваре вишеструке и међусобно супротстављене циљеве. Приликом поређења нивоа ризика, традиционално, катастрофалне штете мале вероватноће појаве сразмеравају се са мањим штетама велике вероватноће. Међутим, велика поплава веома мале вероватноће појаве, не сагледава се од стране доносиоца одлука једнако као и мање поплаве велике вероватноће дешавања, а што је резултат који генерише функција очекиване вредности. Наведена два случаја су далеко од тога да буду сразмерна или једнака. У раду ће се описати проблем сагледавања ризика од екстремних догађаја и приказати начин одређивања условно очекиване вредности ризика методом дељене вишециљне анализе ризика, и на примерима демонстрирати њена могућа примена.

**Кључне речи:** Екстремни догађаји, процена ризика, доношење одлука

### 1. УВОД

Након недавних екстремних падавина и пратећих дешавања, интензивира се потреба за преиспитивањем мера и нивоа заштите од поплава, односно за реконструкцијом одбрамбених система. Саставни део свих наведених активности су поступци доношења одлука који треба да се заснивају не само на фактографским подацима о штетама, већ и на изведеним информацијама о ризику. Добијање целовите, или бар што потпуније, слике о условима о којима се доноси нека одлука свакако да ће допринети квалитету одлуке, како при доношењу, тако и у њеним ефектима. Приликом поређења нивоа ризика, традиционално, катастрофалне штете мале вероватноће појаве сразмеравају се са мањим штетама велике вероватноће. Међутим, велика поплава веома мале вероватноће појаве, не

<sup>1</sup> Мр Александар Шотић, дипл.инж. грађ., Београдски водовод и канализација, Делиградска 28, Београд, Србија, e-mail: [aleksandar.sotic@bvkr.rs](mailto:aleksandar.sotic@bvkr.rs)

<sup>2</sup> Доц.др Драгутић Павловић, дипл.инж. грађ., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, Србија, e-mail: [epavlovd@hikom.grf.bg.ac.rs](mailto:epavlovd@hikom.grf.bg.ac.rs)

<sup>3</sup> Проф. др Марко Иветић, дипл.инж. грађ., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд, Србија, e-mail: [mivetic@hikom.grf.bg.ac.rs](mailto:mivetic@hikom.grf.bg.ac.rs)

сагледава се од стране доносиоца одлука једнако као и мање поплаве велике вероватноће дешавања [1].

## 2. РИЗИК ОД ЕКСТРЕМНИХ ДОГАЂАЈА И ОЧЕКИВАНА ВРЕДНОСТ

Већина инжењера и доносилаца одлука, почиње да препознаје потребу да при суочавању са непредвиђеним катастрофама попут огромних поплава, пуцања брана или рушења мостова морамо препознати значај проучавања „екстремних” догађаја. При доношењу одлука, можда више не треба постављати питања о очекиваном ризику; уместо тога, права питања су она у вези очекиваног катастрофалног или неприхватљивог ризика [2][3].

## 3. МЕТОДА ДЕЉЕНЕ ВИШЕЦИЉНЕ АНАЛИЗЕ РИЗИКА (МДВАР)

МДВАР је метода анализе ризика развијена за решавање вишециљних проблема пробабилистичке природе [4], и примењивана је за широк спектар проблема [5][6][7]. Уместо коришћења стандардне очекиване вредности ризика, МДВАР генерише низ условних функција очекиване вредности, тзв. „функција ризика”, које представљају ризик с обзиром да штета пада у специфичне опсеге прекорачења вероватноће. МДВАР изољује више опсега штете (специфицирањем тзв. дељених вероватноћа) и генерише условна очекивања штете, с обзиром да штета пада унутар одређеног опсега. На овај начин, МДВАР генерише више функција ризика, једну за сваки опсег, које се онда увећавају са почетним оптимизационим проблемом као нове циљне функције. На овом месту могуће је ставити примедбу да сами аутори методе инсистирају на појму циљне функције, док би се у неким другим околностима функције називале критеријумске, што би утицало и на промену назива предметне методе. Условна очекивања проблема се одређују поделом осе вероватноће проблема и мапирањем ових партиција на оси штете. Сходно томе, и оса штета се дели у одговарајуће опсеге. Условно очекивање дефинисано је као очекивана вредност случајне променљиве када та вредност лежи у одређеном опсегу вероватноће. Јасно је да вредности условних очекивања зависе од тога где се оса вероватноће дели. Избор где да дели се субјективно врши од стране аналитичара као одговор на екстремне карактеристике проблема. Ако је аналитичар је забринут за катастрофу која се дешава једном у милиона година, подела треба да буде таква да се наглашава очекивани катастрофални ризик. Континуална случајна променљива штете,  $X$ , има кумулативну функцију расподеле  $CDF$  тј.  $P(x)$  и функцију густине вероватноће  $pdf$   $p(x)$ :

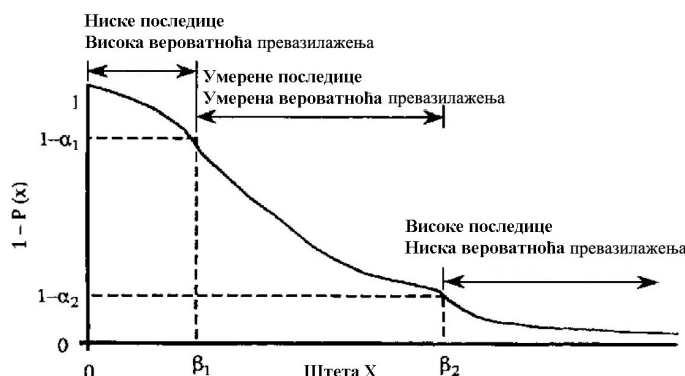
$$P(x) = Prob[X \leq x], \quad p(x) = \frac{dP(x)}{dx} \quad (1), (2)$$

Кумулативна функција расподеле представља вероватноћу непревазилажења  $x$ . Вероватноћа превазилажења  $x$  се дефинише као вероватноћа да је  $X$  веће од  $x$ , и

рачуна као  $1-CDF(x)$ . Очекивана вредност, просечна, или средња вредност случајне променљиве  $X$  се дефинише као

$$E[X] = \int_0^{\infty} xp(x)dx \quad (3)$$

У МДВАР, концепт очекиване вредности штете је проширен ради генерисања вишеструких функција условних очекиваних вредности, сваке повезане са одређеним опсегом вероватноћа прекорачења или њима одговарајућег опсега величине штете. Добијене функције условних очекиваних вредности, у спречи са традиционалном очекиваном вредношћу, дају фамилију мера ризика које се односе на поједине варијанте. Нека  $1-\alpha_1$  и  $1-\alpha_2$ , где  $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1$ , означавају вероватноће прекорачења које деле домен  $X$  у три опсега, на следећи начин. На слици вероватноће превазилажења, налази се јединствена штета  $\beta_1$  на оси штете која одговара вероватноћи превазилажења  $1-\alpha_1$  на оси вероватноће, слично за  $\beta_2$ . Штете мање од  $\beta_1$  се сматрају да су мале тежине, а штете веће од  $\beta_2$  велике тежине. Слично томе, штете величина између  $\beta_1$  и  $\beta_2$  се сматрају умереним. Делење ризика у три опсега тежине је илустровано на Слици 8.2.



Слика 1. Расподела штете, адаптирано из [4]

За сваки од три опсега, условно очекивана штета (штета унутар појединог опсега) даје меру ризика у вези са опсегом. Ове мере су добијене кроз дефинисање условне очекиване вредности. Према томе, нове мере ризика су:  $f_2(\cdot)$ , висока вероватноћа прекорачења и ниска тежина;  $f_3(\cdot)$ , средња вероватноћа прекорачења и умерена тежина;  $f_4(\cdot)$ , ниска вероватноћа прекорачења и висока тежина. Функција  $f_2(\cdot)$  је условна очекивана вредност од  $X$ , за  $x$  мање или једнако  $\beta_1$ , и редом:

$$f_2(\cdot) = E[X|X \leq \beta_1] = \frac{\int_0^{\beta_1} xp(x)dx}{\int_0^{\beta_1} p(x)dx} \quad (4)$$

$$f_3(\cdot) = E[X|\beta_1 \leq X \leq \beta_2] = \frac{\int_{\beta_1}^{\beta_2} xp(x)dx}{\int_{\beta_1}^{\beta_2} p(x)dx} \quad (5)$$

$$f_4(\cdot) = E[X|X > \beta_2] = \frac{\int_{\beta_2}^{\infty} xp(x)dx}{\int_{\beta_2}^{\infty} p(x)dx} \quad (6)$$

$$f_5(\cdot) = \frac{\int_0^{\infty} xp(x)dx}{\int_0^{\infty} p(x)dx} = \int_0^{\infty} xp(x)dx \quad (7)$$

Тако, за поједино решење или варијанту, постоје три мере ризика,  $f_2(\cdot)$ ,  $f_3(\cdot)$  и  $f_4(\cdot)$ , у додатку традиционално очекиване вредности означене са  $f_5(\cdot)$ . Функција  $f_i(\cdot)$  је резервисана за трошкове управљања ризиком. У МДВАР, подскупови ових пет мера су избалансирани у вишециљној формулацији.

Генерално, функције условне очекиване вредности у МДВАР су вишеструке, несразмерне мере ризика, при чему је свака повезана са одређеним опсегом озбиљности штете. Насупрот томе, традиционална очекивана вредност, која одговара ризицима свих опсега тежине штете, представља само централну тенденцију штете. Комбиновањем било које од генерисаних функција условно очекиваних ризика или безусловно очекиване функције ризика са трошковима циљне функције  $f_i$ , ствара се скуп вишециљних оптимизационих проблема:  $\min[f_i, f_i]$ ,  $i=2,3,4,5$ . У овој фази може се применити било који метод вишекритеријумске оптимизације.

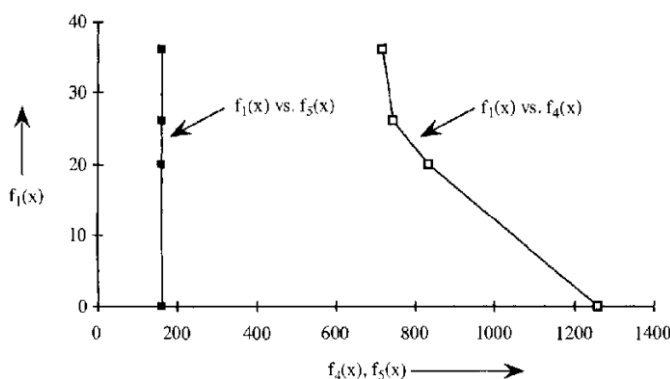
#### 4. ИЛУСТРАТИВНИ ПРИМЕРИ

У одељку се сажето илуструју резултати примене МДВАР на случај унапређења безбедности бране [8] и на одређивање штета од поплава [9]. У првом случају разматрано је шеснаест варијанти за комбиновање корективних мера, са две променљиве за одлучивање: (1) подизање висине бране и (2) повећање ширине прелива бране, а у раду се приказују вредности само за неколико опција. У Табели 1 су приказане вредности  $f_i(x)$  (трошак у вези са повећањем висине бране и ширине прелива) и  $f_4(x)$  и  $f_5(x)$  (условна и безусловна очекивана вредност штете, редом). Функција условно очекиване вредности  $f_4(x)$  се оцењује за поделу осе вероватноће у  $\alpha = 0.999$ . Ове вредности су наведене за сваки од одабраних сценарија. Потребно је уочити да је опсег безусловно очекиване вредности штете,  $f_5(x)$ ,  $161.5-161.7 \times 10^6$  \$ за различите сценарије. Опсег условно очекиване вредности ниских учестаности-високих последица,  $f_4(x)$ , је између  $719 \times 10^6$  и  $1,26 \times 10^6$  \$, што је значајна разлика.

Табела 1. Преглед вредности функција ризика за поједине сценарије, [8]

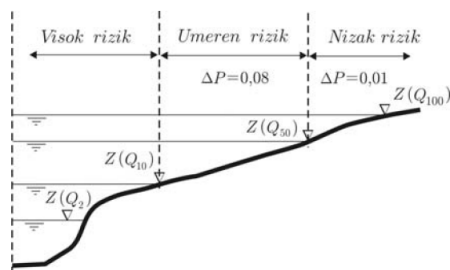
Сценарио	$f_i(x)$ [ $10^6$ \$]	$f_4(x)$ [ $10^6$ \$]	$f_5(x)$ [ $10^6$ \$]
1	0	1,260	161.7
2	20	835	161.6
3	26	746	161.6
4	36	719	161.6
5	46	793	160.5

Док улагање у безбедност бране по цени  $f_1(x)$  која варира у распону од 0\$ до  $46 \times 10^6$  \$ значајно не смањује безусловно очекивану вредност штете, такво инвестирање значајно смањује условно очекивану вредност екстремне штете од око  $\$1,260 \times 10^6$  до  $\$720 \times 10^6$ . Овај значајни увид у ефекат различитих опција безбедности бране би био потпуно изгубљен без разматрања условно очекиване вредности. Наведени резултати се допуњују графичким приказом на Слици 2 која приказује односе  $f_1(x)$  у односу на  $f_4(x)$  и  $f_5(x)$ .



Слика 2. Парето-оптималне границе  $f_1(x)$  наспрам  $f_4(x)$  и  $f_1(x)$  наспрам  $f_5(x)$ , [8]

У другом случају [9], одређивана је очекивана годишња штета од поплава, а примена поступака је илустрована прорачунима за једну деоницу реке Тамнаве. Узевши у обзир поплаве разних повратних периода, детерминистичким приступом срачуната је очекивана годишња штета од око  $13 \times 10^6$  дин/год, а стохастичким приступом вредност од  $14.5 \times 10^6$  дин/год. Добијена вредност очекиване годишње штете коришћена је за одређивање оптималног степена заштите разматраног подручја од плавлеења, односно оптималне висине одбрамбених насипа. Међутим, применом МДВАР, за екстремну вредност ризика, за поплаве повратног периода 1000 година, добијена је вредност функције  $f_4(x)$  од  $234 \times 10^6$  дин/год. Овако екстремна штета знатно се разликује од очекиване, а приписује се облику CDF криве за разматрану деоницу реке Тамнаве, односно њеном бујичном карактеру.



Слика 3. Зоне опасности по класификацији немачких осигуравајућих друштава, [10]

## 5. ЗАКЉУЧАК

У раду је приказана суштина методе дељене вишециљне анализе ризика, развијене за решавање вишециљних проблема пробабилистичке природе, која уместо коришћења стандардне очекиване вредности ризика генерише низ условних функција очекиване вредности, тзв. „функција ризика”, и не уједначава већ раздваја ризике по прихватљивости, због екстремне природе ризика. Ради могућности њене примене у хидротехници, институционално и на државном нивоу треба дефинисати и применити поступке за одређивања функција штета од поплава за домаће услове, пошто су на располагању само иностране препоруке. Применом МДВАР методе, увођењем више мера ризика у игру, могуће је унапредити поступак доношења одлука при разматрању екстремних догађаја.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Haimes, Y. Y., & Hall, W. A., *Multiobjectives in water resources systems analysis: The surrogate worth trade-off method*. Water Resources Research, **1974**.,10(4), 615–624
- [2] Lamber, J.H., Matalas, N.C., Ling, C.W., Haimes, Y.Y., Lil, D.: Selection of Probability Distributions in Characterizing Risk of Extreme Events, *Risk Analysis*, **1994**., Vol. 14, No.5
- [3] Barker,K., Y.Y.Haimes, Assessing uncertainty in extreme events: Applications to risk-based decision making in interdependent infrastructure sectors, *Reliability Engineering and System Safety*, 94, **2009**, pp 819–829.
- [4] Asbeck, E.L., Haimes, Y.Y., *Partitioned multiobjective risk method*, Large Scale Syst., **1984**., 6, 13-38
- [5] Ezell, B.C.: *Risks of Cyber Attack to Supervisory Control and Data Acquisition for Water Supply*, Thesis, University of Virginia, May **1998**.
- [6] Reyes Santos, J., Haimes, Y.Y.: Applying the Partitioned Multiobjective Risk Method (PMRM) to Portfolio Selection, *Risk Analysis*, **2004**.,Vol. 24, No. 3
- [7] Wang, C.-H., Blackmore, J.: *Risk in urban water systems: A demonstration using measures and assessment of rainwater tank use in households*, eWater Technical Report, Canberra, **2010**.
- [8] Haimes, Y.Y., Petrakian, R., Karlsson, P.O., Mitsopoulos, J.: *Multiobjective Risk Partitioning: An Application to Dam Safety Risk Analysis*, IWR Report 88-R-4, US Army Corps of Engineers, April **1988**.
- [9] Rosić, N., Jovanović, M., *Stohastički pristup u određivanju šteta od poplava*, Vodoprivreda, **2008**., Vol. 40, br. 4-6
- [10] Jovanović, M., Todorović, A., Rodić, M., *Kartiranje rizika od poplava*, Vodoprivreda, **2009**., Vol. 41, br. 1-3

## APPLICATION OF PARTITIONED MULTIOBJECTIVE RISK METHOD ON EXTREME EVENTS

**Summary:** *Hydraulic structures and systems are almost always conceived, designed, constructed, operated and maintained under the inevitable conditions of risk and uncertainty, where they are expected to achieve multiple and mutually conflicting objectives. In the process of comparing risks, traditionally, catastrophic losses that have little probability of the occurrence commensurate with minor damages that have high probability. However, it is obvious that low probability major flood event can not be addressed by the decision makers in the same way as high probability small floods, which is a result of a function that generates expected values. It is clear that the above two cases are far from being equal or proportional. The paper considers the problem of the risk of extreme events and presents method for determining the conditional expected value by partitioned multiobjective risk method, and demonstrates its potential applications through case studies.*

**Keywords:** *Extreme events, risk assessment, decision making*